Correction exercices 22-53-56-58 page 183-189

Session 1 – Module 1

Corrigé exercice 22 :

1. Si $RSTU$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UT}$. Or $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} -30 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} 4 - x_u \\ -6 - y_u \end{pmatrix}$. On résout donc les équations $4 - x_u = -30$ et $-6 - y_u = -6$ et on obtient alors $U(34; 0)$.
2. Si $RTSV$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{VS}$. Or $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix} -6 \\ -21 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{VS}\begin{pmatrix} -20 - x_v \\ 9 - y_v \end{pmatrix}$. On résout donc les équations $-20 - x_v = -6$ et $9 - y_v = -21$ et on obtient alors $V(-14; 30)$.

Corrigé exercice 53 :

1. On doit résoudre $\begin{pmatrix} x - 6 \\ y + 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$. On obtient $x = 3$ et $y = -4$.
2. On doit résoudre $\begin{pmatrix} 2x + 5 \\ 3 - 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -13 \end{pmatrix}$. On obtient $x = 3$ et $y = 8$.
3. On doit résoudre l'équation $-3x - 2 = 5x - 10$. On obtient $x = 1$.

Corrigé exercice 56 :

1. $EFGH$ est bien un parallélogramme car $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ ont mêmes coordonnées.
2. $EFGH$ n'est pas un parallélogramme car $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ sont opposés.
3. $EFGH$ n'est pas un parallélogramme car les vecteurs $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 2,98 \\ -3,06 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 3,12 \\ -3,38 \end{pmatrix}$ n'ont pas les mêmes coordonnées.
4. $EFGH$ est bien un parallélogramme car $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$ ont mêmes coordonnées.

Corrigé exercice 58 :

1. P est le milieu de $[MM']$ donc les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{PM'}$ sont égaux. Si on pose $M'(x; y)$, on sait donc que les coordonnées de $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix} 10 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PM'}\begin{pmatrix} x - 5 \\ y + 2 \end{pmatrix}$ sont égales. En résolvant les deux équations on trouve $M'(15; -9)$.
2. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AP}\begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PC}\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$. Les deux vecteurs ont mêmes coordonnées et sont donc égaux. Donc C est bien l'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AP}$. De plus cela signifie aussi que P est le milieu du segment $[AC]$.
3. Le point P est - par construction - le milieu de $[MM']$ et - d'après la question précédente - le milieu de $[AC]$. Les deux diagonales de $AMCM'$ se croisent donc en un même milieu et donc $AMCM'$ est un parallélogramme.