

Dérivation : DM

Exercice 1

h est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$.
 h' est la fonction dérivée de h .

1. Justifier la dérivabilité de h sur $]0 ; +\infty[$.
2. Vérifier que $h'(x) = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$.
3. En déduire les variations de h sur $]0 ; +\infty[$.

Exercice 2

1. Soient la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ et l'inéquation $f(x) \geq 1$.
 - a. Trouver son ensemble de dérivation.
 - b. Calculer $f'(x)$.
 - c. Dresser le tableau de variations de f .
 - d. Trouver les solutions de l'inéquation proposée.
2. Faire de même avec la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 2x - 1$ et l'inéquation $f(x) > -1$.

Exercice 3

D'après Bac technologique - France Métropolitaine - 2009

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kg de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe. On désigne par x le nombre de kilogrammes de truffes traitées chaque semaine et par $f(x)$ le coût unitaire de revient en euro. Chaque kilogramme de truffes conditionné est vendu 450 €.

On admet dans la suite du problème que la fonction f est définie sur $]0 ; 45]$ par $f(x) = x^2 - 60x + 975$.

1. Justifier que le coût de production total $C(x)$ pour x kg de truffes est $C(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$.
2. Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par le producteur pour x kg de truffes conditionnés et vendus.
3. Déterminer la fonction dérivée B' de la fonction B et montrer que, pour tout $x \in]0 ; 45]$, $B'(x) = (-3x + 15)(x - 35)$.
4. Étudier le signe de $B'(x)$ puis dresser le tableau de variations de B .
5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$B(x)$										

6. Représenter graphiquement la fonction B dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unités : 1 cm pour 5 kg en abscisses et 1 cm pour 1 000 euros en ordonnée).
7. À l'aide du graphique, déterminer pour quelles productions de truffes l'exploitation est bénéficiaire.
8. Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du producteur est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice maximal ?