

Séquence 9 : INÉGALITÉS ET INÉQUATIONS

I – Inégalités

1. Généralités sur les inégalités

Quand il s'agit d'inégalités, on rencontre 4 signes différents :

| Signe | Nom |
|--------|-----------------------|
| \geq | supérieur ou égal |
| $>$ | strictement supérieur |
| \leq | inférieur ou égal |
| $<$ | strictement inférieur |

Par exemple :

→ Si on cherche des nombres x tels que $x < 7$, les nombres -36 , $\sqrt{5}$ et $6,9$ conviennent, 7 ne convient pas.

→ Si on cherche des nombres y tels que $y \geq -4$, les nombres 37 , 0 et -4 conviennent

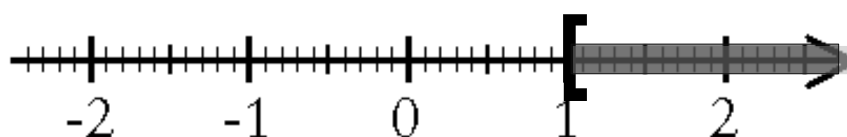
Remarque :

Parfois on rencontre le terme « inférieur ». Seul, on ne sait pas s'il s'agit « d'inférieur ou égal » ou de « strictement inférieur »

2. Représentation graphique des solutions

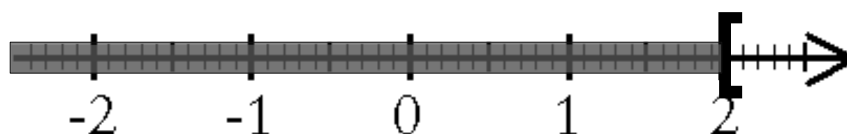
Il arrive que l'on représente graphiquement une inégalité de la manière suivante :

L'inégalité $x \geq 1$ se représente de la manière suivante :



On a repassé les nombres qui conviennent et on a placé un crochet tourné du côté des nombres qui conviennent pour signifier que 1 est convient.

L'inégalité $x < 2$ se représente de la manière suivante :



On a repassé les nombres qui conviennent et on a placé un crochet tourné du côté opposé aux nombres qui conviennent pour signifier que 2 ne convient pas.

Exemples :

Tracer la représentation graphique des inégalités suivantes :

→ $x \leq 5$



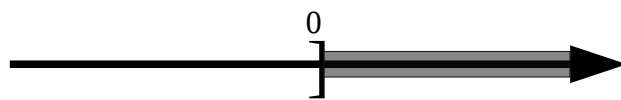
→ $x < -4$



→ $x \geq 15$



→ $x > 0$



II – Inéquations

Partons d'un exemple :

Le cinéma O. Déon propose deux formules d'abonnement différentes :

- Le tarif A : 15€ d'abonnement puis 4€ par film
- Le tarif B : 35€ d'abonnement puis 2€ par film

Nous appellerons x le nombre de films.

Pour x films, le tarif A est : $15 + 4x$

Pour x films, le tarif B est : $35 + 2x$

Nous nous intéressons maintenant à trouver le nombre de films à partir duquel le tarif B est le plus intéressant.

Pour cela nous allons résoudre une **inéquation**.

Le principe de l'inéquation est le même que celui de l'équation, mais au lieu d'un signe égal, on trouve un des quatre signes symbolisant une inégalité.

Dans le cas présent, on veut donc que $35 + 2x \leq 15 + 4x$ pour que le tarif B soit inférieur ou égal au tarif A.

Pour résoudre cette inéquation, on va procéder comme pour les équations, en regroupant d'une part les nombres et d'autre part les inconnues :

$$\begin{aligned}35 + 2x - 15 &\leq 15 + 4x - 15 \\20 + 2x &\leq 4x \\20 + 2x - 2x &\leq 4x - 2x \\20 &\leq 2x \\ \frac{20}{2} &\leq \frac{2x}{2} \\10 &\leq x\end{aligned}$$

Finalement, le tarif B est plus intéressant à partir de 10 films.

Parfois lors de la résolution d'inéquations, le nombre devant l'inconnue est négatif.

Par exemple si dans l'exemple précédent on avait laissé les « x » à droite de l'inégalité, on aurait obtenu :

$$\begin{aligned}35 + 2x - 35 &\leq 15 + 4x - 35 \\2x &\leq 4x - 20 \\2x - 4x &\leq 4x - 20 - 4x \\-2x &\leq -20\end{aligned}$$

Dans une inégalité, lorsqu'on divise ou multiplie chaque membre par un même nombre négatif, le sens de l'inégalité change :

$$\begin{aligned}\frac{-2x}{-2} &\geq \frac{-20}{-2} \\x &\geq 10\end{aligned}$$

Finalement on trouve bien les mêmes solutions que précédemment.

On a donc vu qu'une inéquation se résout de la même manière qu'une équation à la différence près qu'il faut changer le sens de l'inégalité lorsqu'on multiplie ou divise par un nombre négatif.

Remarque :

Lorsqu'on résout une inéquation, on conclut par une phrase et on a pour habitude de représenter les solutions de manière graphique.